

Лабораторная работа

Тема: Анализ и сглаживание временных рядов экономических показателей.

Цель: Изучить методы выявления аномальных уровней временных рядов Метод Ирвина, метод проверки разностей средних уровней, метод Стьюарта – Фостера и применить их для решения задания согласно соответствующему варианту.

Задание:

1. Определить наличие тренда во временном ряду:

а) методом проверки разности средних уровней;

б) метод Стьюарта – Фостера (табличные значения статистик Стьюдента и Фишера принять равными $t_{\alpha}=2,23$ $F_{\alpha}=3,07$, другие необходимые табличные данные приведены в таблице № 1)

Таблица №1

n	10	20	30	40
μ	3,858	5,195	5,990	6,557
σ_1	1,288	1,677	1,882	2,019
σ_2	1,964	2,279	2,447	2,561

2. Сгладить заданный временной ряд методом простой скользящей средней. Показать результаты на графике.

3. Сгладить заданный временной ряд методом взвешенной скользящей средней. Показать результаты на графике.

Вариант № 1

В таблице приведены годовые данные о трудоемкости производства 1 т цемента (нормо-смен).

Текущий номер года (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Трудоемкость 1 т цемента (y_t)	7,9	8,3	7,5	6,9	7,2	6,5	5,8	4,9	5,1	4,4

Вариант № 2

В таблице приведены исходные данные по количеству реализованной продукции в сотнях штук за 10 недель, в течение которых магазин реализовывал молочные продукты

Текущий номер недели (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во реализованной продукции в сотнях штук (y_t)	2	5	3	7	6	9	7	12	9	14

Вариант № 3

В таблице приведены исходные данные по количеству реализованной продукции в сотнях штук за 10 недель, в течение которых магазин реализовывал молочные продукты

Текущий номер недели (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во реализованной продукции в сотнях штук (y_t)	3	7	4	10	6	16	8	18	10	25

Вариант № 4

В таблице приведены исходные данные по количеству реализованной продукции в сотнях штук за 10 недель, в течение которых магазин реализовывал молочные продукты

Текущий номер недели (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во реализованной продукции в сотнях штук (y_t)	1	4	2	6	3	8	4	12	6	17

Вариант № 5

В таблице приведены исходные данные по количеству реализованной продукции в сотнях штук за 10 недель, в течение которых магазин реализовывал молочные продукты

Текущий номер недели (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во реализованной продукции в сотнях штук (y_t)	2	6	4	10	5	16	4	20	5	18

Вариант № 6

В таблице приведены исходные данные по количеству реализованной продукции в сотнях штук за 10 недель, в течение которых магазин реализовывал молочные продукты

Текущий номер недели (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
--------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Кол-во реализованной продукции в сотнях штук (y_t)	1	5	4	7	6	8	7	12	9	13
--	---	---	---	---	---	---	---	----	---	----

Вариант № 7

В таблице приведены исходные данные по количеству реализованной продукции в сотнях штук за 10 недель, в течение которых магазин реализовывал молочные продукты

Текущий номер недели (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во реализованной продукции в сотнях штук (y_t)	2	4	3	10	5	11	6	18	10	20

Вариант № 8

В таблице приведены исходные данные по количеству реализованной продукции в сотнях штук за 10 недель, в течение которых магазин реализовывал молочные продукты

Текущий номер недели (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во реализованной продукции в сотнях штук (y_t)	3	7	2	8	3	9	5	12	6	17

Вариант № 9

В таблице приведены исходные данные по количеству реализованной продукции в сотнях штук за 10 недель, в течение которых магазин реализовывал молочные продукты

Текущий номер недели (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во реализованной продукции в сотнях штук (y_t)	1	6	4	10	3	12	4	20	7	22

Вариант № 10

В таблице приведены исходные данные по количеству реализованной продукции в сотнях штук за 10 недель, в течение которых магазин реализовывал молочные продукты

Текущий номер недели (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во реализованной продукции в сотнях штук (y_t)	1	2	3	7	6	9	5	12	6	20

Вариант № 11

В таблице приведены исходные данные по количеству реализованной продукции в сотнях штук за 10 недель, в течение которых магазин реализовывал молочные продукты

Текущий номер недели (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во реализованной продукции в сотнях штук (y_t)	1	7	4	10	6	12	8	18	10	25

Вариант № 12

В таблице приведены исходные данные по количеству реализованной продукции в сотнях штук за 10 недель, в течение которых магазин реализовывал молочные продукты

Текущий номер недели (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во реализованной продукции в сотнях штук (y_t)	1	5	3	7	6	9	7	11	9	16

Вариант № 13

В таблице приведены исходные данные по количеству реализованной

продукции в сотнях штук за 10 недель, в течение которых магазин реализовывал молочные продукты

Текущий номер недели (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во реализованной продукции в сотнях штук (y _t)	2	7	4	10	6	16	7	13	10	18

Вариант № 14

В таблице приведены исходные данные по количеству реализованной продукции в сотнях штук за 10 недель, в течение которых магазин реализовывал молочные продукты

Текущий номер недели (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во реализованной продукции в сотнях штук (y _t)	3	4	3	6	4	8	6	12	7	20

Вариант № 15

В таблице приведены исходные данные по количеству реализованной продукции в сотнях штук за 10 недель, в течение которых магазин реализовывал молочные продукты

Текущий номер недели (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во реализованной продукции в сотнях штук (y _t)	4	6	3	10	5	16	8	20	7	22

Вариант № 16

В таблице приведены исходные данные по количеству реализованной продукции в сотнях штук за 10 недель, в течение которых магазин реализовывал молочные продукты

Текущий номер недели (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во реализованной продукции в сотнях штук (y _t)	2	3	3	7	4	8	7	11	9	15

Вариант № 17

В таблице приведены исходные данные по количеству реализованной продукции в сотнях штук за 10 недель, в течение которых магазин реализовывал молочные продукты

Текущий номер недели (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во реализованной продукции в сотнях штук (y _t)	2	4	5	10	5	12	6	13	18	24

Вариант № 18

В таблице приведены исходные данные по количеству реализованной продукции в сотнях штук за 10 недель, в течение которых магазин реализовывал молочные продукты

Текущий номер недели (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во реализованной продукции в сотнях штук (y _t)	1	3	2	4	5	9	8	12	6	17

Вариант № 19

В таблице приведены исходные данные по количеству реализованной продукции в сотнях штук за 10 недель, в течение которых магазин реализовывал молочные продукты

Текущий номер недели (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
--------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Кол-во реализованной продукции в сотнях штук (y_t)	2	5	4	12	3	15	4	20	7	22
--	---	---	---	----	---	----	---	----	---	----

Вариант № 20

В таблице приведены исходные данные по количеству реализованной продукции в сотнях штук за 10 недель, в течение которых магазин реализовывал молочные продукты

Текущий номер недели (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во реализованной продукции в сотнях штук (y_t)	3	5	2	7	3	9	4	10	6	12

Вариант № 21

В таблице приведены исходные данные по количеству реализованной продукции в сотнях штук за 10 недель, в течение которых магазин реализовывал молочные продукты

Текущий номер недели (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во реализованной продукции в сотнях штук (y_t)	1	7	2	11	3	12	4	18	10	25

Вариант № 22

В таблице приведены исходные данные по количеству реализованной продукции в сотнях штук за 10 недель, в течение которых магазин реализовывал молочные продукты

Текущий номер недели (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во реализованной	2	5	2	8	3	9	5	11	6	20

продукции в сотнях штук (y_t)										
-----------------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Вариант № 23

В таблице приведены исходные данные по количеству реализованной продукции в сотнях штук за 10 недель, в течение которых магазин реализовывал молочные продукты

Текущий номер недели (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во реализованной продукции в сотнях штук (y_t)	3	6	4	10	3	12	4	20	7	22

Вариант № 24

В таблице приведены исходные данные по количеству реализованной продукции в сотнях штук за 10 недель, в течение которых магазин реализовывал молочные продукты

Текущий номер недели (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во реализованной продукции в сотнях штук (y_t)	2	6	3	7	6	7	5	12	9	17

Вариант № 25

В таблице приведены исходные данные по количеству реализованной продукции в сотнях штук за 10 недель, в течение которых магазин реализовывал молочные продукты

Текущий номер недели (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во реализованной продукции в сотнях штук (y_t)	1	7	4	13	5	12	8	18	10	25

Краткие теоретические сведения

Временной ряд – это совокупность значений какого-либо показателя за несколько последовательных моментов или периодов времени. Каждый уровень ряда формируется под действием большого числа факторов. Эти факторы условно можно разделить на три группы: факторы, формирующие тенденцию ряда; факторы, формирующие циклические колебания ряда; случайные факторы.

Под временным рядом в экономике понимают последовательность наблюдений некоторого признака (случайной величины) Y в последовательные моменты времени. Отдельные наблюдения называются уровнями ряда и обозначаются y_t ($t=1, 2, \dots, n$), где n – число уровней ряда.

При исследовании экономического временного ряда выделяют несколько составляющих:

$$y_t = u_t + v_t + c_t + \varepsilon_t,$$

где u_t - тренд, плавно меняющаяся компонента, описывающая чистое влияние долговременных факторов;

v_t - сезонная компонента, отражающая повторяемость экономических процессов в течение не очень длительного периода;

c_t - циклическая компонента, отражающая повторяемость процессов в течение длительных периодов;

ε_t - случайная компонента, отражающая влияние не поддающихся учету и регистрации случайных факторов.

Метод Ирвина. При этом методе рассчитывается показатель λ по формуле:

$$\lambda_i = \frac{|y_t - y_{t-1}|}{G_y}, \quad t=2, 3, \dots, n$$

где G_y - среднеквадратичное отклонение, которое рассчитывается по формуле

$$G_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}}$$

Рассчитанные λ_i сравниваются с табличным значением λ_α . Если эти рассчитанные значения больше табличного, то соответствующее значение y_t считается аномальным.

Таким образом, метод Ирвина используется для выявления аномальных уровней временного ряда.

Для определения наличия тренда в исходном временном ряду применяются такие методы, как метод Стьюарта – Фостера, метод проверки разности средних уровней. Под трендом понимают устойчивое систематическое изменение процесса в течении продолжительного времени.

Метод Стьюарта – Фостера.

Этапы:

1. Производится сравнение каждого уровня ряда начиная со второго со всеми предыдущими значениями после чего определяют две числовые последовательности:

$$k_t = \begin{cases} 1, & \text{если } y_t \text{ больше предыдущего значения} \end{cases}$$

$$l_t = \begin{cases} 1, & \text{если } y_t \text{ меньше предыдущего значения} \end{cases}$$

2. Вычисляются параметры S и d по формулам:

$$S = \sum_{t=2}^n (k_t + l_t) \quad d = \sum_{t=2}^n (k_t - l_t)$$

Значение S должно принимать значения от 0 до n-1, а значение d от -(n-1) до (n-1), где d – характеристическое изменение дисперсии уровня ряда.

3. Этот этап заключается в проверки гипотез. Эта проверка производится путем вычисления и последовательного сравнения значения t-статистики Стьюдента для среднего и дисперсии.

$$t_s = \frac{|S - \mu|}{G_1} \quad t_d = \frac{|d - 0|}{G_2}$$

$$\text{где } G_1 = \sqrt{2 \ln n - 3,4253} \quad \text{и} \quad G_2 = \sqrt{2 \ln n - 0,8456}$$

4. Значения t_s и t_d сравниваются с табличными значениями t-критерия Стьюдента t_α с заданным уровнем α .

Если рассчитанные значения меньше табличного, то гипотеза об отсутствии тренда принимается, а в противном случае тренд есть. Если $t_s > t_\alpha$ и $t_d < t_\alpha$, то для данного ряда имеется тренд средний, а тренд дисперсии уровня ряда нет.

Метод проверки разности средних уровней.

Этапы:

1. Исходный ряд разбивается на примерно равные по количеству части
2. Для каждой части вычисляются средние значения и дисперсия по формулам:

$$G_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (y_i - \bar{y}_1)^2}{n_1 - 1} \quad G_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} (y_i - \bar{y}_2)^2}{n_2 - 1}$$

4. Проверка равенства однородности дисперсии обеих частей ряда с помощью f-критерия Фишера F, который основан на сравнении расчетных значений этого критерия:

$$F = \begin{cases} \frac{G_1^2}{G_2^2} & \text{если } G_1^2 > G_2^2 \end{cases}$$

Если расчетное значение F меньше табличного F_α то гипотеза о равенстве дисперсии принимается, после чего переходят к пункту 4. Если

значение F больше или равна F_{α} , то гипотеза о равенстве дисперсии отклоняется и данный метод не позволяет дать ответ на вопрос о наличии тренда.

5. Проверка гипотезы об отсутствии тренда с использованием t-критерия Стьюдента. Для этого определяем значение t-критерия по формуле:

$$t = \frac{|\bar{y}_1 - \bar{y}_2|}{G \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}, \text{ где } G = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)G_1^2 + (n_2 - 1)G_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

Если t-расчетное меньше t_{α} табличного, то гипотеза об отсутствии тренда принимается, в противном случае тренд есть.

Метод простой скользящей средней.

Для сглаживания определяют интервал сглаживания, длина которого должна быть меньше чем сам ряд ($m < n$). Если надо сгладить мелкие колебания, то интервал сглаживания берут по возможности большим. Если надо сгладить незначительные отклонения, то берут наибольшие интервалы. Рекомендуется интервал сглаживания брать с нечетным количеством уровней.

Для первых m уровней временного ряда вычисляется их среднее арифметическое. Это значение будет сглаженным значением для уровней ряда и его ставят в середину выбранного интервала сглаживания.

Затем интервал сглаживания сдвигается на один уровень вправо, и повторяются вычисления среднего арифметического с последующей заменой на полученное среднее.

Недостаток: этот метод сглаживает не все значения временного ряда и применимы лишь для рядов имеющих линейную тенденцию.